



CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ „ADOLF HAIMOVICI”

Profilul servicii resurse naturale și protecția mediului.

Profilul real specializarea științele naturii.

Profilul tehnic

Faza locală, 5 martie 2016

Clasa a XI-a

Subiectul 1 (7 puncte)

Se consideră matricea $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.

a) Să se calculeze $A^n, n \in \mathbb{N}$.

b) Să se determine toate matricele $X \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$, astfel încât $A^2 \cdot X = X \cdot A^2$.

Subiectul 2 (7 puncte)

Fie determinantul $D(a, b, c) = \begin{vmatrix} a+2 & a^2-1 & a+1 \\ b+2 & b^2-1 & b+1 \\ c+2 & c^2-1 & c+1 \end{vmatrix}$, $a, b, c \in \mathbb{R}$.

a) Calculați $D\left(\frac{1}{2}, \frac{5}{2}, \frac{3}{2}\right)$;

b) Demonstrați că $D(a, b, c) = \begin{vmatrix} 1 & a^2 & a \\ 1 & b^2 & b \\ 1 & c^2 & c \end{vmatrix}$;

c) Rezolvați ecuația $D(9^x, 3^x, 3) = 0$.

Subiectul 3 (7 puncte)

Să se calculeze următoarele limite: a) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\pi^{x+1} + e^x}{5^{x+2}}$; b) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x^2+x^{2016})}{\sqrt{4+x^2}-2}$.

Subiectul 4 (7 puncte)

Să se determine a real astfel încât funcția $f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ $f(x) = \sqrt[3]{x^3 + ax^2 - 1} + 2015\sqrt[3]{x^3 + ax^2 + 1}$, să admită
asimptota oblică la $+\infty$ dreapta $y = 2016x + \frac{2016^2}{3}$.

Notă: Timp de lucru 3 ore.

Toate subiectele sunt obligatorii.